

LE PREMIER COEFFICIENT NÉGATIF DE FONCTIONS SYMÉTRIQUES CARRÉS

(En collaboration avec Y.-K. Lau & J. Y. Liu)

RÉSUMÉ. Soient $L(s, \text{sym}^2 f)$ la fonction symétrique carré associée à la forme primitive f de poids k et de niveau N et $\lambda_{\text{sym}^2 f}(n)$ son n -ème coefficient. Désignons par $n_{\text{sym}^2 f}$ le plus petit entier n tel que

$$\lambda_{\text{sym}^2 f}(n) < 0 \quad \text{et} \quad (n, N) = 1.$$

Dans cet exposé, nous allons expliquer comment utiliser la théorie des entiers friables à obtenir

$$(0.1) \quad n_{\text{sym}^2 f} \ll (k^3 N^2)^{40/113}$$

où la constante impliquée est absolue. Il est à noter que le borne convexité de $L(s, \text{sym}^2 f)$ implique “trivialement” (0.1) avec l’exposant $1/2$ à la place de $40/113$. Pour comparaison, nous avons

$$1/2 = 0,5 \quad \text{et} \quad 40/113 = 0,353\dots$$