

Résumé : Le résultat présenté est le fruit d'un travail en collaboration avec Harald Helfgott. Considérant un ensemble A de nombres premiers et un entier positif N , on définit la densité relative $\delta_P(N, A)$ de l'ensemble des éléments de A dans l'ensemble des nombres premiers inférieurs ou égaux N par

$$\delta_P(N, A) = \|\{p \in A, p \leq N\}\| / \|\{p : \text{premier}, p \leq N\}\|.$$

Ben Green a démontré l'existence d'une constante C telle que, si N est assez grand, tout ensemble A de nombres premiers de densité relative $\delta_P(N, A) \geq C\sqrt{\log \log \log \log \log N / \log \log \log \log N}$ contient une progression arithmétique de longueur 3 non triviale. Nous améliorons ce résultat en démontrant qu'il suffit en fait de supposer $\delta_P(N, A) \geq C' / (\log \log N)^{1-\varepsilon}$ avec $\varepsilon > 0$ et C' une constante positive dépendant de ε pour garantir l'existence dans A d'une telle progression arithmétique.