# Dossier de candidature à un poste de Maître de Conférences

**Piotr P. Karwasz**

**Mots clefs :** Géométrie complexe, singularités, réseau de Brieskorn, $(a, b)$-modules

## Table des matières

**Données personnelles** 2

**Cursus universitaire, qualification, titres** 2

**Thèse de doctorat** 3

**Expérience professionnelle et enseignements** 4

**Recherche** 5

Programme de recherche . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 5

# Données personnelles

**Piotr P. Karwasz,**
né le 1 juin 1981 à Gdynia (Pologne)
Nationalité : Polonaise et Italienne
État Civil : Célibataire

| | |
|---|---|
| **Adresse laboratoire :** | Institut Élie Cartan Nancy<br>Université Henri Poincaré—Nancy I<br>BP. 70239<br>54506 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex |
| Tél. : | +33 (0)3 83 68 45 86 |
| E-mail : | Piotr.Karwasz@iecn.u-nancy.fr |
| Page web : | `http://www.iecn.u-nancy.fr/~karwasz/` |

| | |
|---|---|
| **Fonction :** | Vacataire |
| **Langues :** | Maternelles : polonais et italien<br>Bilingue : français<br>Courant (lu, écrit, parlé) : anglais<br>Intermédiaire : allemand |

# Cursus universitaire, qualification, titres

## Cursus universitaire

| | |
|---|---|
| Décembre 2009 | **Doctorat** en mathématiques pures (Nancy 1).<br>Directeur de thèse : Prof. Daniel Barlet. |
| 2002–2005 | Élève de l'**École Normale Supérieure** (rue d'Ulm). |
| Octobre 2005 | Diplôme du **Magistère MMFAI** (ÉNS). |
| Juillet 2005 | **Master 2 Recherche** en Mathématiques (Paris VI)<br>Directeur du mémoire : Emmanuel Ullmo (Paris XI). |
| Juin 2003 | **Maîtrise** en Mathématiques (Université Paris VI—ENS). |
| Juin 2003 | **Licence** en Mathématiques (Université Paris VI—ENS). |
| 2000–2002 | Études de Mathématiques à l'**Università di Pisa** (Italie) avec une bourse au mérite de l'*Istituto Nazionale di Alta Matematica* |

| | |
|---|---|
| Juillet 2000 | Participation à la phase finale des **Olympiades internationales de mathématiques** à Seoul (Corée du Sud) |
| Juillet 2000 | **Diploma di Stato** (équivalent Baccalauréat) au Liceo Scientifico Arcivescovile (Trento, Italie). |

### Qualification

Inscrit par la section 25 du CNU sur la liste des qualifiés aux fonctions de maître de conférence.
Numéro candidat : 210484
Numéro de qualification : 10225210484

## Thèse de doctorat

**Titre :** *"Self-adjoint* $(a, b)$*-modules and hermitian forms"*

**Soutenue le :** 10 décembre 2009

**Membres du jury :**

| | |
|---|---|
| **Daniel Barlet**<br>Professeur à l'Université Henri Poincaré - Nancy 1 | Directeur de Thèse |
| **Ridha Belgrade**<br>Maître de Conférences à l'Université Henri Poincaré - Nancy 1 | Examinateur |
| **Antoine Douai**<br>Maître de Conférences à l'Université de Nice | Rapporteur |
| **Claude Sabbah**<br>Professeur à l'École Polytechnique | Président et Rapporteur |
| **Willem Veys**<br>Professeur à la Katholieke Universiteit Leuven | Rapporteur |

### Résumé de la thèse

Dans ma thèse est présenté un travail relatif à la la théorie des $(a, b)$-modules. Les $(a, b)$-modules, introduits par Daniel Barlet dans [Bar93], sont des invariants algébriques qui apparaissent naturellement comme complétés $b$-adiques du réseau de Brieskorn associé à un germe $f : (\mathbb{C}^{n+1}, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$ de fonction holomorphe à singularité isolée en 0 ($b$ étant l'opération df $\wedge d^{-1}$).

Les applications $(a, b)$-linéaires ont été déjà largement étudiés par Daniel Barlet ([Bar93]) et Ridha Belgrade ([Bel01]). Dans une première partie de notre thèse on introduit des formes bilinéaires "tordues" sur les $(a, b)$-modules et on analyse l'existence de formes $(a, b)$-hermitiennes et anti-$(a, b)$-hermitiennes sur les $(a, b)$-modules réguliers. Les résultats ainsi obtenus nous permettent de identifier l'isomorphisme de $(a, b)$-modules géométriques donné par Belgrade dans [Bel01] avec les *"higher residue pairings"* de Kyoji SAITO (cf. [Sai83]) et restreindre au même temps la classe de $(a, b)$-modules qui viennent d'un réseau de Brieskorn.

D'autre part on montre pour les $(a, b)$-modules auto-adjoints l'existence de suites de Jordan-Hölder avec des symétries particulières, ce qui constitue un premier pas vers une classification récursive des dits modules.

# Expérience professionnelle et enseignements

---

## Emplois précedents

2010–2011 Vacataire au Lycée Henri Poincaré, Nancy.

2008–2010 ATER à l'Université Henri Poincaré - Nancy 1.

2005–2008 Allocataire Moniteur Normalien à l'Université Henri Poincaré - Nancy 1.

2002–2005 Élève de l'École Normale Supérieure (Selection Internationale).

## Description détaillée des enseignements

### Au Lycée Henri Poincaré, Nancy :

Février 2011–
- ⋆ Cours de *Mathématiques* en Terminale et Première S.

### À l'Université Henri Poincaré - Nancy 1 :

2009–2010
- ⋆ Cours et TD *Mathématiques pour ingénieur* (séries numériques, de fonctions et entières) (12 heures de cours, 18 heures de TD) en L3 Génie Civil.
- ⋆ Cours et TD *Méthodologie de l'expression orale et écrite* (30 heures) en L1 Mathématiques.
- ⋆ TD *Analyse* (24 heures) en L1 de l'École Supérieure des Sciences et Technologies de l'Ingénieur de Nancy.

2008–2009
- ⋆ TD *Algèbre 3* (60 heures) en L3 Mathématiques.
- ⋆ TD *Algèbre et géomètrie* (20 heures) en L2 Mathématiques.
- ⋆ Colles d'Analyse et Algèbre (20 heures) en L1 Mathématiques.

2007–2008 ⋆ TD *Mathématiques pour ingénieur* (distributions) (24 heures) en première année de l'Institut National Polytechnique de Lorraine.
⋆ TD *Analyse 3* (40 heures) en L2 Mathématiques.

2006–2007 ⋆ TD *Analyse 2* (60 heures) en L2 Mathématiques.

2005–2006 ⋆ TD *Analyse complexe* (40 heures) en L3 Mathématiques.
⋆ TD *Probabilité discrète* (24 heures) en L2 Mathématiques.

**Avant le Master 2 Recherche :**

2001–2002 Tuteur pour les étudiants des Olympiades Mathématiques italiennes.

# Recherche

## Articles de recherche

### Articles soumis

- ⋆ *"Hermitian* $(a, b)$*-modules and Saito's higher residue pairings"* ([Kara])
- ⋆ *"Jordan-Hölder sequences and self-adjoint* $(a, b)$*-modules"* ([Karb])

## Écoles d'été, workshop et conférences

25–27 Novembre 2009 Workshop du ANR Sédiga à Mannheim "Structures de twisteurs intégrables et réseau de Brieskorn"

10–14 Septembre 2007 Conférence du GDR "Géométrie et Topologie des Singularités" à Angers

Juin 2002 École d'été pour boursiers de l'Istituto Nazionale di Alta Matematica (Perugia, Italie).

Juin 2001 École d'été pour boursiers de l'Indam (Perugia, Italie).

## Exposés non locaux

Février 2009 "Introduction aux $(a, b)$-modules" au séminaire de l'Université du Luxembourg

## Résultats obtenus et programme de recherche

### Résultats

I. Kyoji SAITO (cf. [Sai83]) a montré l'existence d'une suite d'accouplements non dégénérés $\Delta_k : D \times D \to \mathbb{C}$ sur le réseau de Brieskorn, qui satisfont à 4 propriétés axiomatiques.

   Cet ensemble d'axiomes équivaut dans la théorie des $(a, b)$-modules à l'existence d'une forme $(a, b)$-hermitienne non dégénérée $E \times E \to E_{n+1}$ sur $E$ qui induit le résidu de Grothendieck sur $E/bE$, ($E_{n+1}$ étant l'$(a, b)$-module élémentaire de paramètre $(n + 1)$).

   Il suit de la classification des $(a, b)$-modules réguliers de rang 2 due à Daniel BARLET, qu'il existe des $(a, b)$-modules réguliers n'admettant pas de forme $(a, b)$-sesquilinéaire non dégénérée ($(a, b)$-modules non auto-adjoints).

   Dans la première partie (chapitre 2) de notre thèse on a montré l'existence de $(a, b)$-modules réguliers auto-adjoints qui n'admettent pas de forme $(a, b)$-hermitienne non dégénérée, en restreignant ainsi la classe de $(a, b)$-modules associés à un réseau de Brieskorn.

   On a obtenu aussi des résultats concernant l'existence de formes $(a, b)$-hermitiennes non dégénérées :

   ⋆ On a prouvé l'unicité de la décomposition d'un $(a, b)$-module $E$ régulier en somme directe
   $$E := \bigoplus_{j=1}^{r} F_j$$
   de $(a, b)$-modules indécomposables $F_j$, ce qui nous a permis de nous restreindre aux $(a, b)$-modules auto-adjoints indécomposables.

   ⋆ On a prouvé l'existence sur un $(a, b)$-module régulier, auto-adjoint et indécomposable soit d'une forme hermitienne, soit d'une forme anti-hermitienne non dégénérées. On a donné explicitement un exemple de $(a, b)$-module de rang 4 auto-adjoint, qui admet uniquement une forme anti-hermitienne non dégénérée.

II. Comme montré par Daniel BARLET dans [Bar93], les quotients simples des suites de Jordan-Hölder d'un $(a, b)$-module régulier ne sont pas uniques à permutation près.

   Nous avons étudié la structure des $(a, b)$-modules réguliers auto-adjoints, en montrant l'existence d'une suite de Jordan-Hölder particulière
   $$0 = F_0 \subsetneq F_1 \subsetneq \cdots \subsetneq F_n = E$$
   pour un $(a, b)$-module régulier auto-adjoint $E$ qui satisfait à une propriété de symétrie sur les quotients simples et telle que les quotients

centraux $F_{n-k}/F_k$ sont auto-adjoints. En plus si le $(a,b)$-module $E$ admet une forme hermitienne (resp. anti-hermitienne) non dégénérée, il en est autant des quotients $F_{n-k}/F_k$.

III. Ridha Belgrade a montré dans [Bel01] l'existence d'une forme $(a,b)$-sesquilinéaire non dégénérée $E \times E \to E_{n+1}$ pour tout $(a,b)$-module $E$ associé à une fonction holomorphe $f : \mathbb{C}^{n+1} \to \mathbb{C}$ à singularité isolée.

   À l'aide du résultat de Belgrade on montre l'existence pour tout $(a,b)$-module $E$ comme auparavant d'une forme $(a,b)$-hermitienne non dégénérée $\Delta$ qui induit le résidu de Grothendieck sur $E/bE$. La forme $\Delta$ engendre de manière naturelle une suite d'accouplements qui satisfont aux 4 axiomes de K. Saito.

**Programme de recherche**

I. Les *higher residue pairings* de K. Saito sont définis de manière unique. Pour ce qui concerne les $(a,b)$-modules par contre, on peut avoir plusieurs formes hermitiennes non dégénérées sur un $(a,b)$-module $E$ qui induisent la même forme $\mathbb{C}$-bilinéaire symétrique non dégénérée sur $E/bE$.

   Comme continuation de [Kara] on cherche à déterminer les conditions sous lesquelles la forme hermitienne est unique. Cela devrait nous permettre de restreindre ultérieurement la famille de $(a,b)$-modules qui apparaissent comme complété du réseau de Brieskorn d'une fonction holomorphe à singularité isolée.

II. La classification des $(a,b)$-modules réguliers est connue jusqu'au rang 2. Le résultat obtenu dans [Karb] permettent, en restreignant aux $(a,b)$-modules auto-adjoints, d'étendre la dite classification jusqu'au rang 4 ou 5.

III. Les équations différentielles associées a la symétrie miroir correspondent a des $(a,b)$-modules (monogènes) hermitiens. On souhaite utiliser mes résultats et les résultats récents de D. Barlet ([Barnta] et [Barntb]) pour mieux comprendre ces phénomènes.

# Références


[Bar93] Daniel Barlet. Theory of $(a,b)$-modules. i. In *Complex analysis and geometry*, Univ. Ser. Math., pages 1–43. Plenum, New York, 1993.

[Bar97] D. Barlet. Théorie des $(a,b)$-modules. II. Extensions. In *Complex analysis and geometry (Trento, 1995)*, volume 366 of *Pitman Res. Notes Math. Ser.*, pages 19–59. Longman, Harlow, 1997.

[Barnta] D. Barlet. Asymptotics of a vanishing period : the quotient themes of a given fresco. available at http ://www.iecn.u-nancy.fr/Preprint/, preprint.

[Barntb] D. Barlet. Contruction of holomorphic parameters invariant by change of variable in the gauss-manin connection of an holomorphic map to a disc. available at http ://www.iecn.u-nancy.fr/Preprint/, preprint.

[Bel01] R. Belgrade. Dualité et spectres des $(a, b)$-modules. *J. Algebra*, 245(1) :193–224, 2001.

[Bri70] Egbert Brieskorn. Die Monodromie der isolierten Singularitäten von Hyperflächen. *Manuscripta Math.*, 2 :103–161, 1970.

[Kara] Piotr P. Karwasz. Hermitian $(a, b)$-modules and Saito's "higher residue pairings". available at `http://www.iecn.u-nancy.fr/~karwasz/research`.

[Karb] Piotr P. Karwasz. Jordan-hölder sequences and sejf-adjoint $(a, b)$-modules. available at `http://www.iecn.u-nancy.fr/~karwasz/research`.

[Sai83] Kyoji Saito. The higher residue pairings $K_F^{(k)}$ for a family of hypersurface singular points. In *Singularities, Part 2 (Arcata, Calif., 1981)*, volume 40 of *Proc. Sympos. Pure Math.*, pages 441–463. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1983.