

Rapport sur l'épreuve de Mathématiques I du concours d'entrée en 3^{ème} année.

Le sujet tournait autour de la théorie ergodique.

La partie I commençait par 6 questions visant à jauger l'habileté du candidat à manipuler la notion de différence symétrique entre ensembles, ses liens avec d'autres opérations ensemblistes, et finalement avec la théorie de la mesure. Elles ont été bien traitées par une majorité de candidats, et ont permis de repérer les copies les plus faibles.

La suite de la partie I faisait intervenir l'espace de Lebesgue L^2 et mettait en oeuvre sa structure hilbertienne. Il était important notamment de comprendre les notions d'orthogonalité, de projection orthogonale, et d'approximation au sens de la norme. Ces questions ont permis de juger les connaissances d'analyse fonctionnelle élémentaire. Elles ont été plutôt bien traitées dans l'ensemble. La notion (intuitive) d'approximation a posé des difficultés de rédaction à la moitié des candidats (question 14).

La partie II se référait de manière volontairement non explicite à l'analyse de Fourier sur le cercle. Après une première question nécessitant de calculer la somme d'une série de type géométrique, et qui, à la surprise du correcteur, fit trébucher plus du tiers des candidats, les questions traitaient de la convergence uniforme des séries, des séries dérivées, et de l'approximation uniforme. Les résultats de cette partie donnent une bonne vision des résultats d'ensemble.

La partie III traitait de l'ensemble des mesures invariantes pour une application donnée. Les trois premières questions, relativement aisées, n'ont pas posé de difficulté à la majorité des candidats. La quatrième question tendait un tout petit piège, lié au besoin de considérer une sous-suite commune : la moitié des candidats sont tombés dans le panneau. Les questions 5 et 6 constituaient des points facilement engrangés et pouvaient être résolues de manière indépendante, ce que certains candidats ont bien compris. La question 7 et surtout 8 n'ont été abordées que par très peu de candidats ; la question 8, établissant l'équivalence entre mesures ergodiques et points extrémaux de l'ensemble des mesures invariantes, n'étant résolue de manière relativement satisfaisante que par trois d'entre eux.

La partie IV a été très peu abordée, probablement par manque de temps. Il s'agissait d'appliquer la théorie ergodique mise en oeuvre dans les parties I et II pour étudier le décalage de Bernoulli. Les questions 1 et dans une moindre mesure 2 ont été correctement traitées par une dizaine de candi-

dates. Les suivantes, qui demandaient de construire des nombres réels dont les fréquences des chiffres de la représentation décimale étaient prescrites n'ont été effleurées que par un seul candidat.

Pour ce qui est de l'aisance et de la qualité d'ensemble de la rédaction, le niveau moyen a été jugé relativement bon. Il est apparu néanmoins qu'un cinquième des candidats avaient un manque flagrant d'habitude à cet exercice.