

Cher collègue,

A la suite du colloque de Saint-Flour, j'avais commencé à vous faire part de quelques impressions sur les programmes de mathématiques pour l'école élémentaire. Cependant je ne suis pas arrivé à cerner précisément le malaise que je ressentais à leur lecture, cherchant vainement à lire entre les lignes pour en comprendre l'esprit.

Le hasard vient de me faire rencontrer un texte, présenté comme un projet de socle commun de connaissances, dont je ne connais pas l'origine et dont j'ignore quelle relation il peut avoir avec les programmes de l'école. J'y trouve, dégagés de la progression entre cycles et entre école et collège et donc à l'état brut, ces aspects négatifs que je n'ai pas su faire ressortir en regardant les programmes. Peut-être connaissez-vous ce projet ? J'ai mis en Post-Scriptum la partie qui concerne les mathématiques pour le cas contraire.

Je vois dans ce texte une constante, une confusion systématique, celle suivant laquelle on pourrait se contenter de la description d'un but final, comme si l'atteindre allait de soi, en se passant de considérer d'abord les outils (mathématiques bien sûr, comme les nombres et les opérations, le calcul algébrique etc.) et les méthodes permettant de construire ce but.

Cette confusion fait penser à celle qui règne en matière d'apprentissage de la lecture. Tout le monde s'accorde sur le fait que l'objectif est la compréhension en profondeur des textes. Il n'en est pas moins vrai que cela n'induit rien quant à la façon d'y parvenir. Il faut discuter pour commencer sur la meilleure façon d'apprendre à déchiffrer les mots comme à analyser les phrases.

Revenons aux mathématiques. L'objectif présente deux aspects, assez contradictoires, que j'avais plus ou moins pressentis mais qui apparaissent clairement dans ce projet. Le premier est la prétention d'amener les élèves à faire des mathématiques, comme on dit. C'est ainsi qu'on considère en préambule la « la démarche mathématique », qu'on retrouve pour « résoudre un problème, mettre au point une démarche logique et faire preuve d'esprit critique » ou pour « formaliser une conclusion, en utilisant le vocabulaire propre aux mathématiques ».

Malheureusement on fait comme si la démarche mathématique pouvait s'apprendre en dehors de l'étude des concepts mathématiques eux-mêmes. L'étude des nombres, des grandeurs et des formes n'est qu'une « aide » à la pensée, là où on aurait pu croire qu'elle était le fondement sur lequel peu à peu s'exerçait la pensée.

Par analogie avec l'informatique, c'est un peu comme si l'on voulait concevoir un système d'IA avec des méta-règles et sans aucune règle. D'ailleurs ces méta-compétences (rechercher, analyser, trier, communiquer, s'engager, mettre au point, critiquer, développer, mener, s'impliquer, s'engager, travailler en équipe) peuvent être développées en dehors des mathématiques. On pourrait ainsi donc s'initier à la démarche mathématique sans jamais savoir calculer.

Lorsque la fin des éléments de géométrie envisage un ersatz de démonstration consistant à « savoir connaître et utiliser, dans des situations simples, quelques théorèmes », on est loin de la démarche mathématique. On ne retrouve plus les idées de « mener un projet », « d'explorer des pistes », de « distinguer de qui est sûr de ce qu'il faut prouver », annoncées au début. Comment n'a-t-on pas compris que la démarche mathématique ne pouvait pas s'exercer sur le vide ?

Un deuxième aspect est l'utilitarisme. Mettons de côté le déballage de l'outillage technique (calculatrices, logiciels par exemple). La place accordée à la compréhension des données numériques ou spatiales, comme celle des statistiques, en témoignent. Il y a là un enjeu important. Cependant on attend d'un projet d'enseignement qu'il ait un rôle structurant pour la pensée de l'élève et non pas qu'il reproduise, dans leur variété et leur désordre, les questions auxquelles il aura à faire face dans la vie. Deux de nos voisins européens au moins, les Finnois et les Anglais, ont ou vont abandonner cette stratégie. Chez eux l'idée est que les mathématiques doivent se focaliser sur le « cœur » de la discipline, et que les applications soient vues dans leur contexte.

L'énumération des principaux éléments de mathématiques aurait pu corriger le tir, puisque ces derniers vont « permettre la mise en œuvre de la démarche », mais c'est hélas moins par des connaissances que par la « maîtrise de compétences techniques ». On attendait que le projet nous dise comment un enseignement méthodique peut construire un savoir structuré qui conduise in fine à la maîtrise de ces compétences pratiques. Et qu'il insiste moins sur ce qui peut s'acquérir sans effort et au hasard des occasions qui se présentent.

La classification de ces éléments (nombres et calcul, organisation et gestion des données et fonctions, géométrie, grandeurs et mesure) souffre de la confusion précédente. Elle est fondée sur la description d'un but final et ignore ce qui permettrait de l'atteindre.

En même temps la confusion introduit des séparations dommageables. Peut-on séparer l'étude des nombres de la mesure des grandeurs ? Peut-on séparer l'étude des grandeurs géométriques de leur mesure ? Peut-on séparer la gestion de données numériques ou géométriques des nombres et de la géométrie ? La mesure des grandeurs apparaît à la fin, dans un petit ghetto, peut-être comme un exercice obligé pour faire plaisir aux scientifiques.

Claude Allègre, avant de devenir ministre et de laisser le souvenir que l'on sait, avait été interrogé sur une radio périphérique à propos de l'enseignement. Il constatait que les enfants d'aujourd'hui reçoivent quantité d'informations, ne serait-ce que par la télévision. Aussi, faisait-il remarquer, le rôle de l'école n'est pas de fournir des solutions immédiates à tout. Il est de donner à l'élève un savoir structurant qui lui permette ensuite de classer tout seul l'information qu'il recevra. Par exemple ce n'est pas une avalanche d'histoires et un cours abstrait qui permettront aux élèves de se situer dans le temps historique, mais la connaissance de quelques événements clés.

Il devrait être possible de définir en mathématiques un socle de connaissances en y mettant juste quelques outils de base dont l'acquisition devrait être complète, à commencer par les quatre opérations pour faire simple. L'Inspection générale dont vous faites partie a sans doute déjà un projet en ce sens. Rassurez-moi.

Cordialement et meilleurs vœux pour 2006

J.-P. Ferrier

**LA MAITRISE DES PRINCIPAUX ELEMENTS DE MATHEMATIQUES**

## La démarche mathématique

L'étude des nombres, des grandeurs, des formes géométriques, et de leurs rapports, est une aide à la pensée rigoureuse. Non seulement elle fournit un outil de compréhension et de maîtrise de la réalité mesurable, mais elle forme l'esprit et développe ses capacités déductives. La maîtrise des principaux éléments de mathématiques s'acquiert et s'exerce par la résolution des problèmes.

La maîtrise de cette démarche est aussi le but de la formation et nécessite l'acquisition des compétences suivantes :

- *Rechercher, analyser, trier, communiquer* : rechercher l'information utile et l'organiser, lire et comprendre un énoncé ou une consigne ; exposer une démarche ou un résultat à l'oral ou par écrit, formaliser une conclusion, en utilisant le vocabulaire propre aux mathématiques ; utiliser et construire des tableaux, des diagrammes, des graphiques et savoir passer d'un mode d'expression à un autre.
- *S'engager dans la résolution d'un problème, mettre au point une démarche logique et faire preuve d'esprit critique* : identifier un problème, le modéliser, explorer des pistes de résolution et s'engager dans sa résolution ; valider une information, un résultat, en déterminant un ordre de grandeur ou en appréciant sa plausibilité et savoir identifier, expliquer, rectifier une erreur ; distinguer ce dont on est sûr de ce qu'il faut prouver.
- Développer son potentiel à apprendre et à construire sa culture, mener un projet, s'impliquer, s'engager, travailler en équipe : comprendre et mémoriser pour les utiliser des concepts, des techniques (calcul, algorithme) ; savoir utiliser des outils (tables, formules, outils de dessin, calculatrices, logiciels) ; voir, se repérer et se déplacer dans l'espace ; savoir s'impliquer dans des projets collectifs, en particulier en mettant en relation les acquis dans différentes disciplines.

## Les principaux éléments de mathématiques

La maîtrise des compétences techniques énumérées ci-après garantit l'acquisition des connaissances indispensables et permet la mise en œuvre de la démarche mathématique.

### *Nombres et calcul*

- effectuer - en vue d'un résultat exact ou approché - soit mentalement, soit à la main un calcul isolé sur des nombres en écriture décimale de taille raisonnable : addition, soustraction, multiplication, effectuer mentalement une division élémentaire ;
- effectuer à la calculatrice un calcul isolé sur des nombres en écriture décimale : addition, soustraction, multiplication, division décimale à  $10^{-n}$  près, calcul du carré, du cube d'un nombre, de la racine carrée d'un nombre positif ; contrôler la vraisemblance d'un résultat (ordre de grandeur) ;
- connaître le sens des opérations, c'est-à-dire savoir quand et comment utiliser les opérations élémentaires dans une situation concrète ;
- ordonner une liste de nombres en écriture décimale et utiliser les signes  $<$  et  $>$  pour exprimer le résultat de la comparaison ;
- savoir manipuler les nombres en écriture fractionnaire (dans des situations simples) ;
- connaître et maîtriser les éléments de calcul littéral - sur des expressions à une variable - nécessaires à la résolution de problèmes conduisant à une équation du premier degré ;
- calculer la valeur d'une expression littérale pour différentes valeurs des variables ;
- résoudre des problèmes conduisant à une équation du premier degré à une inconnue à coefficients numériques : mise en équation, résolution, vérification.

### *Organisation et gestion données, fonctions*

- reconnaître et utiliser les situations relevant de la proportionnalité et les traiter en choisissant le moyen le plus adapté, notamment les propriétés de linéarité ;
- comprendre et utiliser les pourcentages ;
- utiliser les échelles ;
- utiliser une graduation sur un axe pour repérer des points ;
- donner, dans un plan muni d'un repère orthogonal, les coordonnées d'un point, placer un point connaissant ses coordonnées, exploiter une représentation graphique ;
- lire, organiser et exploiter les données d'une série statistique à l'aide d'un tableau, d'un graphique, d'un diagramme en utilisant éventuellement un tableur ; déterminer le maximum, le minimum, les fréquences ; calculer la moyenne ;
- utiliser la notion de chance ou de probabilité pour qualifier certaines situations d'incertitude ou critiquer des affirmations qui s'y rapportent.

### *Géométrie*

- se situer et se déplacer dans l'espace ordinaire ; utiliser une carte, un plan, un schéma, un système de coordonnées ;
- réaliser un schéma ; connaître les propriétés géométriques élémentaires permettant de décrire, de reconnaître et caractériser les formes élémentaires (figures planes ou solides) :
  - triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle,
  - rectangle, losange, parallélogramme, carré,
  - cube, parallélépipède rectangle, sphère ;
- effectuer des tracés à l'aide des instruments usuels (règle, équerre, compas, rapporteur) :
  - parallèle, perpendiculaire, médiatrice, bissectrice,
  - cercle donné par son centre et son rayon!
  - image d'une figure par symétrie axiale, par symétrie centrale ;
- utiliser et savoir interpréter une représentation plane d'un objet de l'espace ;
- utiliser et savoir interpréter un patron (cube, parallélépipède rectangle) ;
- connaître et utiliser, dans des situations simples, quelques théorèmes de géométrie plane: somme des angles d'un triangle, inégalité triangulaire, Thalès (dans le triangle), Pythagore.

### *Grandeurs et mesures*

- connaître et utiliser les principales grandeurs : longueurs, aires, contenances, volumes, masses, angles, durées, vitesse, masse volumique, nombre de tours par seconde ;
- déterminer des mesures à l'aide d'instruments en prenant en compte l'incertitude liée au mesurage ;
- effectuer des conversions et des calculs sur des longueurs, des aires, des volumes, des contenances et des durées.