

De l'utilité des leurres Complément à l'exposé sur la notion de fonction

IREM de Lorraine, mars 2005

Un collègue se scandalisait récemment en découvrant qu'un étudiant de première année, pour effectuer

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{16},$$

passait par la "réduction" au même dénominateur sous la forme

$$\frac{16}{128} + \frac{8}{128} = \frac{24}{128} = \dots$$

ce qui démontrait notamment qu'il n'avait pas entendu parler de P.G.C.D. ou de P.P.C.M. dans le cadre de l'addition des fractions. De fait il est possible qu'on lui ait enseigné cette règle pour l'addition avant de lui parler de P.G.C.D. Comme aujourd'hui on n'exige aucune expertise en matière de calcul, cette règle en vaut bien une autre. Que pourrait-on lui reprocher?

L'idée des "leurres" dans l'enseignement des mathématiques vient de Philippe Lombard. Il s'agit d'objectifs qui ont pu faire partie d'un bagage pratique à une époque, mais qu'il est difficile de justifier aujourd'hui par un impératif de production si l'on tient compte de l'état de la technologie. En revanche ces leurres sont d'un intérêt incontournable pour exercer une gymnastique intellectuelle qui se révélera indispensable à la compréhension de chapitres futurs des mathématiques.

C'est exactement le cas pour la pratique de la marche ou du jogging. A une époque l'homme a eu besoin de courir pour chasser et se nourrir. Aujourd'hui, s'il décide d'aller à son travail à pied plutôt que dans un transport motorisé alors qu'il mettra plus de temps, c'est en pensant à son hygiène corporelle.

C'est toujours mieux que de prendre sa voiture, effectuer cent mètres et se garer en triple file pour acheter un paquet de cigarettes. Prendre sa voiture est utiliser une calculatrice, effectuer cent mètres est calculer $1/2 + 1/3$, se garer en triple file est respecter le code de la route comme utiliser une calculatrice bien bourrée est respecter l'équité des épreuves et acheter un paquet de cigarettes est aussi bénéfique aux poumons que faire un calcul sans comprendre l'est à l'intellect.

Ajouter des fractions sans assistance électronique est un de ces leurres. A cette occasion on calcule des P.G.C.D. et surtout, comme le faisait remarquer Claude Morlet, on pratique des décompositions en éléments simples, ce qui fait manipuler des exposants.

Qu'il est facile de ruiner tout ce merveilleux petit monde? Il suffit d'autoriser les calculatrices aux examens, ce qui aura pour effet de faire utiliser en classe. C'est tout.

Pierre Yves Gaillard voudrait développer dès la première année universitaire les calculs sur les polynômes et fonctions rationnelles. Il part de la constatation que l'enseignement d'analyse, centré sur les limites, passe au-dessus de la tête de

l'étudiant moyen. Aussi pense-t-il qu'il faut privilégier des approches plus algébriques, notamment à propos des équations différentielles, de la primitivation des fonctions rationnelles, des suites récurrentes etc.

Le problème est que les étudiants n'ont absolument aucune perception des fonctions polynômiales ou rationnelles, il ne voient ni les dénominateurs ni le comportement en zéro. Tout simplement parce qu'ils n'ont pas la moindre familiarité avec ces objets. Pour eux une expression est une expression. C'est quelque chose qu'on peut entrer dans une machine qui en tirera des valeurs ou un graphique.

Avant l'introduction forcée des calculatrices on disposait d'un objectif, lequel devrait persister aujourd'hui comme leurre. C'est celui de représenter, sans assistance électronique, une fonction donnée par une équation rationnelle ou analytique. On est amené à dériver, à chercher des zéros et des pôles, à comparer avec l'équation d'une asymptote . . . jusqu'au tracé manuel du graphe. Cette occasion de se familiariser avec les fonctions rationnelles n'a pas d'équivalent.

Il ne faut pas avoir peur de se répéter. L'introduction des calculatrices dans l'enseignement, que rien ne justifie par ailleurs, a détruit un équilibre écologique. Il serait temps de s'en apercevoir.