Le formulisme

(J.-P. Ferrier, 19/1/2005)

Le formulisme est, en Mathématiques, le goût immodéré des formules. Il se distingue du formalisme, lequel peut recourir également à la langue littéraire, même s'il le rejoint souvent.

L'idée sous-jacente est que la langue courante pêche par son imprécision et ses ambiguités et que l'usage des formules apporte précisément cette précision qui lui manque. Il est certain qu'en théorie on peut ramener toutes les mathématiques à un langage formel. Cependant on sait aussi qu'une telle option est impossible et qu'aller ne serait-ce qu'un peu dans ce sens priverait la discipline de toute chance de se développer. C'est probablement la découverte tardive de l'existence d'un langage formel qui a conduit certains, comme le groupe ERMEL, à croire que la pratique des mathématiques se résume à celle d'un langage. Ce faisant ils ont retenu du formalisme les formules, alimentant sans doute cette mode du formulisme.

Voici quelques exemples.

A l'école, on écrire

$$(a+b)\times c = a\times c + b\times c$$

pour expliquer qu'on multiplie une somme en multipliant chacun de ses termes.

A l'école et au collège on utilisera les notations

$$[AB] \quad \text{ou} \quad (AB)\perp(CD)$$

pour définir le segment les points A et B ou pour exprimer la perpendicularité entre les droites joignant les points A et B, supposés distincts, d'une part et C et D, également supposés distincts, de l'autre.

Au lycée on écrira

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3+x^2}{x^3+x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x^3}{x^3} = \lim_{x\to+\infty} 1 = 1$$

là où l'on aurait dire que la fraction

$$\frac{x^3+x^2}{x^3+x} = \frac{1+1/x}{1+1/x^2}$$

tend vers 1 quand x tend vers l'infini.

Sur les bancs de l'université on écrira

$$\forall x \in \mathbf{R}, (x\geq 1) \Rightarrow (x \leq x^2)$$

persuadé d'avoir rendue précise l'affirmation selon laquelle $x \leq x^2$ pour $x \geq 1$.

Or ces exemples montrent que, loin d'apporter la rigueur au discours, le formulisme peut très bien la lui enlever. Il n'existe pas d'expression, de formule dont le sens puisse se passer du contexte.

Dans l'exemple de la distributivité, la formule est sans faille. Cependant l'énoncé dans la langue courante pouvait se faire à l'école. Si l'on s'accroche aux formules, alors on ne dira rien du tout. On attendra que l'élève soit prêt à les accepter.

Dans l'exemple des segments et des droites, on notera que la notation $[AB]$ est loin d'être aussi universelle qu'on voudrait nous le faire croire. En dehors de l'hexagone elle désigne souvent la longueur AB. Si l'on avait parlé de segment AB, de longueur AB, de droite AB, il aurait été beaucoup plus facile à un étranger de comprendre.

Dans l'exemple des limites, le formulisme conduit à une erreur de raisonnement. L'écriture du symbole présuppose l'existence de la limite alors qu'il fallait justement la montrer. Corriger cette erreur est une activité quotidienne dans les travaux dirigés.

Le dernier exemple, assez conforme à ce qu'on rencontre aujourd'hui avec des variantes pires, ne respecte pas la syntaxe commune. L'écriture n'est pas destructrice, sinon qu'elle induit peut-être un faux sentiment de sécurité. Elle est surtout laide et n'apporte rien à la compréhension.