Le sujet de mathématiques du bac 2004, série S

jean-Pierre Ferrier, IREM de Lorraine, juillet 2004

On ne va parler que des questions communes à tous les candidats. On va encore exclure l'exercice 3 (sur 4 points) qui est un QCM. Apparemment il fallait pour répondre savoir effectuer quelques petits calculs : reconnaître un vecteur orthogonal à un plan donné par son équation, puis les équations de la perpendiculaire passant par un point donné, trouver l'intersection de la perpendiculaire et du plan, la distance du point au plan, reconnaître l'intersection du plan et d'une sphère centrée au point. Tout cela n'était pas ridicule. Cependant un QCM est très sensible au copiage et plusieurs témoignages montrent que les candidats ne se sont privés. Autrement dit l'intérêt propre des questions importe peu. Un QCM pousse au vice.

L'exercice 1 (sur 3 points) portait sur une suite récurrente, définie par $u_0 = 1$ et

$$u_{n+1} = u_n + 2n + 3 \ .$$

On demandait la monotonie; la réponse tient en : *la suite est (strictement) croissante car* $u_{n+1} - u_n > 0$.

Ensuite on demandait $u_n > n^2$, attendant donc une récurrence, pour trouver la limite. Ce dernier point se résume en : n^2 *tend vers l'infini donc aussi* u_n. Quant au premier, il était plus facile de voir que $u_n = (n+1)^2$, ce qui faisait l'objet de la dernière question où l'on demandait d'abord de "conjecturer une expression de u_n".

Reconnaître la suite 1, 4, 9, 16 ... comme celle des carrés n'est même pas du niveau des jeux de vacances. Y voir une question ouverte en dit long sur l'hypocrisie qui règne sur l'enseignement de la discipline. La question est parfaitement fermée.

Même si les épreuves doivent avant tout sanctionner les capacités des candidats, il n'est pas acceptable de poser des questions stupides. Demander de montrer que $u_n > n^2$ en est ici une. Pourquoi ne pas avoir choisi une définition récurrente ne débouchant pas sur une expression simple, demandant de montrer que $u_n \to +\infty$ en laissant l'initiative au candidat? Soit il raisonnait par l'absurde, supposant que u_n, qui est croissante, ait une limite finie l et en déduisait $l > l$ ou autre chose. Soit il proposait lui-même une minoration du style $u_n \geq n^2$ etc.

L'exercice 4 (sur 4 points) portait sur la durée de vie sans vieillissement d'un composant. Il faut voir qu'en matière de probabilités on a droit à un exercice et un seul, lequel est donc du cours, et on l'a bien sûr choisi. Mais comment fera-t-on en 2005?

D'ailleurs on peut aussi bien faire l'exercice sans comprendre, ni même savoir qu'il s'agit de probabilités. On disait que "la probabilité ne soit plus en état de marche au bout de t semaines est $p([0;t[) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda t}$" et donnait un temps caractéristique de 200 semaines.

On demandait de montrer que $\lambda = \ln 2/200$, puis la probabilité pour que la durée de vie soit supérieure à 300. On a appris $1 - p = e^{-\lambda t}$ et $\lambda = \ln 2/200$ ou alors on le retrouve mécaniquement.

Une dernière question demandait l'espérance de vie, pour laquelle on "admet" que c'est la limite quand $A \to +\infty$ de $\int_0^A \lambda x e^{-\lambda x} dx$. On faisait d'abord calculer cette intégrale, ce qui demande une intégration par parties. La fin se résume à une simple lecture : $\lim_{A\to+\infty} \int_0^A \lambda x e^{-\lambda x} dx = 1/\lambda$.

Voilà un exercice qui va être classé comme un exemple de modélisation et qui va être présenté au public en témoignage de l'utilité des mathématiques. En réalité jamais exercice n'aura été aussi fermé. Pour le traiter il faut avoir acquis quelques réflexes. Certes il faut aussi avoir appris qu'on doit se moquer complètement du contexte, ce qui présentera un petit obstacle pour les bons élèves.

Surtout le hasard est complètement absent du sujet. On lit : "la probabilité est", "permet de poser", "on admet". Ce qui permet d'évacuer toute réflexion.

L'exercice 5 (sur 4 points) est le plus caricatural. On y présente, avec dessin à l'appui, un chariot sur un rail horizontal qui est soumis à une mystérieuse force constante (dessinée) et à des forces de frottement proportionnelles à la vitesse et de sens contraire (non dessinées). Les valeurs sont données avec les bonnes unités, comme en physique. Ainsi a-t-on utilisé la moitié de la surface réservée à l'exercice. Cependant ce dernier consiste d'abord à comprendre qu'il ne fallait rien lire de tout cela.

En effet on nous conduit à l'équation différentielle $25x' + 200x'' = 50$ où les grandeurs physiques ont disparu, et où on nous dit que x est une distance et que x' et x'' sont des dérivées par rapport au temps, ce qui est faux par conséquent.

D'abord on nous rappelle que $v(t) = x'(t)$ et pour montrer que x est solution de ... si et seulement si x' est solution de ... Dans mon académie on a attribué 0,25 points à la réponse. Ensuite on fait résoudre l'équation en v. Il faut savoir que les élèves ont appris la formule; à défaut ils ont leur calculatrice.

La fin est banale : supposant $x(0) = x'(0) = 0$ on demande $x'(t)$ puis $x(t)$. On demande la limite de v puis : "pour quelles valeurs de t la vitesse du chariot est-elle inférieure où égale à 90% de sa limite", enfin la distance parcourue au bout de 30s. On notera surtout l'incapacité de formuler les questions de façon naturelle, dans l'esprit du contexte, de demander pour quelle valeur de t la vitesse a atteint ...

Comme pour les probabilités, le thème des équations différentielles donne lieu à un exercice et un seul, et on l'a choisi. En 2005 on aura sans doute droit à l'injection (médicamenteuse) continue, avec un beau croquis.

Comme pour l'exercice précédent, on va pouvoir expliquer au public qu'enfin les mathématiques s'inscrivent dans la démarche scientifique alors que c'est tout le contraire.

Il y avait dans l'épreuve de physique une partie sur l'ascension d'un ballon qui, à tout prendre, était moins débile quant à sa seule composante mathématique. On faisait établir une équation différentielle et demandait d'expliquer la méthode d'Euler. Tout était détaillé mais cela vaut déjà mieux qu'appliquer des formules. On noterait que cet exercice aurait pu être résolu explicitement avec les connaissances mathématiques de terminale, à ceci près qu'on n'a pas le droit à la vraie notion de fonction en mathématiques, qu'on ne peut pas chercher t en fonction de v par exemple.

En résumé le dernier exercice est tout simplement un exercice de physique sans physique; ce qui reste s'appelle mathématiques. C'est comme le taxi vide qui s'est arrêté au 10 Downing street.

Cela étant l'exercice de physique cité n'est pas exempt de reproches. On a l'impression que la physique est contaminée par les travers des mathématiques alors même qu'elle cherche à se démathématiser. Utiliser des constantes négatives est ainsi particulièrement malvenu, même s'il est vrai que le candidat avait la responsabilité de déterminer le signe.

Le ballon était en "caoutchouc mince très élastique" et "gonflé". Il y a donc une surpression (faible) dans le ballon. Avec un caoutchouc infiniment élastique on n'aurait pas pu attacher de nacelle. Le texte souligne le fait qu'en montant "le ballon grossit car la pression atmosphérique diminue". C'est vrai sans être complètement évident. Pour un peu on dirait "on admettra".

Les autres membres du GRIP m'en voudront peut-être, mais je ne suis pas opposé à une épreuve de baccalauréat assez facile, conduisant à un pourcentage important d'admis. Cependant je suis hostile à la triche, comme celle qu'engendrent les QCM, et à l'hypocrisie, qui transforme la préparation en un bachotage débile, lequel rejoint plus ou moins la triche avec les calculatrices.

Quand on sait le pouvoir du bac sur l'enseignement du lycée en amont, que restera-t-il comme objectifs aux classes de seconde, première et terminale? Y aura-t-il encore des apprentissages en mathématiques?

Le roulement alphabétique m'ayant conduit à faire partie d'un jury cette année, j'ai découvert un phénomène intéressant sans rapport avec ce qui précède. Pour les candidats médiocres, ayant eu 7 ou 8 en mathématiques ou en physique comme moyenne de l'année, les notes en spécialité étaient bien meilleures, typiquement 11. C'est obligé car les notes en sciences de la vie sont bonnes. Mais c'est le signe qu'une concurrence malsaine s'exerce entre les matières scientifiques. La seule façon de l'éviter serait de créer deux sections, l'une maths-physique et l'autre biologie.

Je reviens au sujet pour me plaindre du discours sur les nombres complexes. C'est certainement de la coquetterie, mais je prends plaisir à reprendre les trissotins qui sont si durs avec nos collègues du secondaire.

"Dans l'ensemble **C** des nombres complexes" dit-on pour commencer. Pourquoi introduire la notation **C** qui ne servira pas? Depuis quand est-ce un simple "ensemble"? Lequel d'ailleurs?

Ensuite i "désigne le nombre de module 1 et d'argument $\pi/2$". J'ai appris que i désignait une racine carrée de -1 et qu'une telle racine étant choisie, on pouvait parler d'argument.

Pourquoi parle-t-on encore d'affixe et d'image? D'image dans quoi? Quel est ce point O qui va être le centre d'une rotation?

A la fin le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Est-ce le même O? Ce plan a-t-il le même ensemble sous-jacent que **C**? Sinon de quoi s'agit-il? N'y a-t-il pas un repère canonique? On ajoute la parenthèse "(unité graphique 2cm)". Quel rapport avec un repère orthonormal?

Je sais bien que ce n'est pas cela qui va déranger les candidats. Mais quel verbiage! Ne pouvait-on pas parler simplement de "nombres complexes", demander de "faire une figure" etc.