

EXAMEN

LCSI2U14: MATHÉMATIQUES
POUR LES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

Barème : $4 + ((1+2+3+1+3+1+1)+4) + 4 = 24$.

Exercice 1. Calculer

$$\lim_0 \frac{5^x - 3^x}{4^x - 2^x}.$$

Exercice 2. On considère le point $M(t) = (x(t), y(t))$ défini par

$$M(t) = (\cos^2 t, \cos t(1 + \sin t)).$$

a. Étudier la courbe paramétrique correspondante, notée (\mathcal{C}_1) :

- (1) domaine de définition, domaine de continuité, domaine de dérivabilité,
- (2) expliquer pourquoi il suffit d'étudier la courbe pour $t \in [-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}]$, puis d'appliquer une symétrie par rapport à l'axe (Ox) .
- (3) étude soigneuse du signe des dérivées : pour cela, on exprimera y' en fonction de $\sin t$ uniquement.
- (4) tableau de variation.
- (5) discussion de l'existence de points singuliers, et éventuellement de leur type,
- (6) discussion de l'existence de branches infinies, et éventuellement de leur type.
- (7) tracé (on dessinera en particulier $M(\pi/4)$ et la tangente correspondante).

b. Calculer la surface délimitée par la courbe (\mathcal{C}_1) .

$\sqrt{3}/2$	$3\sqrt{3}/4$	$\sqrt{2}/2$
0,866025	1,299	0,707

Exercice 3. Préciser la nature de la branche infinie de

$$(\mathcal{C}_2) : \quad \rho = \frac{\cos 2\theta}{\cos \theta}, \quad 0 \leq \theta \leq \pi,$$

ainsi qu'éventuellement l'équation de la droite asymptote à (\mathcal{C}_2) et la position de (\mathcal{C}_2) par rapport à cette droite.