

Année : Gammis
 Matière : _____
 Date : _____
 Sujet : _____

Prénoms : _____
 N° Étudiant : _____
 Né(e) le : _____

NOTE
de 0 à 20

APPRÉCIATIONS EXPLIQUANT LA NOTE CHIFFRÉE :

Ne pas écrire
dans cette marge

ex 1

1) $f(x) = \frac{1}{1+x}$ à l'ordre h

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots + x^h \text{ } \left[\text{ } \right] + x^h \mathcal{E}(x)$$

2) $g(x) = \ln(1+x)$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^h}{h} + x^h \mathcal{E}(x)$$

3) $h(x) = \sqrt{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{2}}$

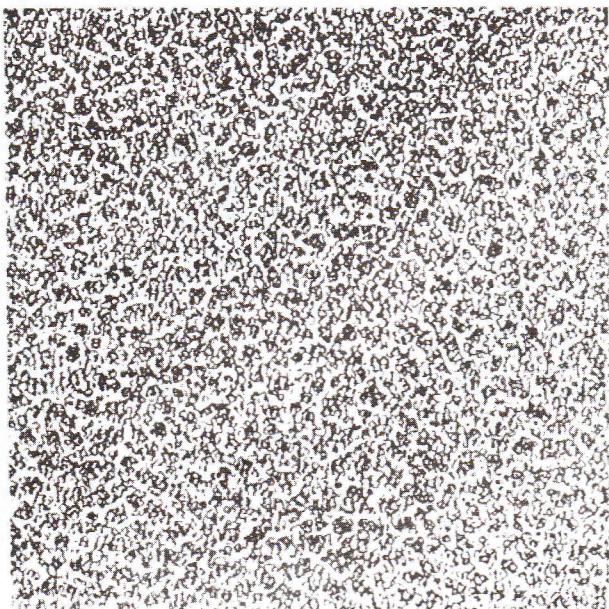
$$(1+x)^{\frac{1}{2}} = 1 + \binom{\frac{1}{2}}{1}x + \binom{\frac{1}{2}}{2}x^2 + \binom{\frac{1}{2}}{3}x^3 + \binom{\frac{1}{2}}{4}x^4 + x^4 \mathcal{E}(x)$$

4) $h(x) = \text{sh } x$


DK

$$\text{sh } x = x + \frac{x^3}{3!} + x^4 \mathcal{E}(x)$$

3/6



$$\text{ex 2. } f(x) = \frac{2 \ln(x^2)}{x^3}$$

$f(x)$ est définie si ~~$x > 0$~~ 

$$\text{D}_{\text{def}} f(x) =]0; +\infty[; \text{D}_{\text{der}} f(x) =]0; +\infty[$$

$$\text{D}_{\text{der}} f(x) =]0; +\infty[$$

$$f'(x) = \frac{(2 \ln(x^2))' \cdot x^3 - 2 \ln(x^2) \cdot 3x^2}{(x^3)^2}$$

$$= \frac{4x^2 - 2 \ln(x^2) \cdot 3x^2}{x^6}$$

Etudier le signe de $f'(x)$ revient à étudier le signe de:

$$4x^2 - 2 \ln(x^2) \cdot 3x^2$$

$$4x^2 - 2 \ln(x^2) \cdot 3x^2 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 6x^2 \ln(x^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \ln(x^2) \cdot 6x^2 = 4x^2 \Leftrightarrow \ln(x^2) = \frac{4x^2}{6x^2} = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = e^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow x = \sqrt{e^{\frac{2}{3}}}$$

$$\lim_{0^+} f(x) = \bar{\infty}$$

$$\lim_{+\infty} f(x) = 0^+ \text{ OK}$$

0,5/1

x	0^+	$\sqrt{e^{\frac{2}{3}}}$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	\nearrow	\searrow	

0,5/2,5