LMAM, UMR 7122 CNRS Université Paul Verlaine - Metz	Hervé Oyono Oyono
Bâtiment A, Ile du Saulcy,	03.87.31 52 75
57045 METZ, France	oyono@math.cnrs.fr

Géométrie à grande échelle et propagation en K-théorie

Les algèbres de Roe furent introduites par John Roe afin d'étudier les opérateurs pseudo-différentiels elliptiques du point de vue de la théorie de l'indice. Ces algèbres encodent des propriétés de propagation dans les espaces sous-jacents ne dépendant que de leur structure géométrique à grande échelle (structure **coarse**). Les groupes de K-théorie des algèbres de Roe associées sont alors le réceptacle pour des indices généralisés. La pseudo-localité des opérateurs implique que ces indices peuvent être réalisés comme des classes de projecteurs (ou d'unitaires) de propagation finie. La trace de cette propagation finie n'est pas conservée par la K-théorie dans le cadre C^*-algébrique (formalisme de la preuve originale de la version classique du théorème de l'indice d'Atiyah-Singer). Lorsque que l'on s'intéresse à des indices d'ordre supérieur (pairing avec des cocycles cycliques), des problèmes d'extension de cocycles se posent et il est crucial de contrôler cette propagation. Malheureusement, dans ce cadre, les algèbres servant de support au calcul pseudo-differentiel (typiquement des algèbres à décroissance rapide) n'ont pas en général une K-théorie (réceptacle alors de l'indice) invariante d'homotopie. Des problèmes ardus de stabilité par calcul fonctionnel holomorphe se posent alors. Afin de contourner ces problèmes, H. Oyono-Oyono et G. Yu ont récemment introduit pour les C^*-algèbres où la propagation à un sens une K-théorie quantitative. Tout en ayant un comportement très proche de la K-théorie habituelle des C^*-algèbres, celle-ci garde la trace de la propagation. De plus, la construction des indices généralisés factorise à travers cette K-théorie quantitatives et permet de construire des versions quantitatives des applications d'assemblages coarse. Rappellons que dans le cas des algèbres de Roe, la conjecture de Baum-Connes coarse prédit via ces applications d'assemblage le calcul des groupes de K-théorie. Bien que fausse en général, cette conjecture est vérifiée pour une classe raisonnable d'espaces : les espaces métriques de dimension asymptotique finie (et plus généralement pour les espaces métriques de complexité géométrique finie). Rappelons que la conséquence la plus spectaculaire de la conjecture de Baum-Connes coarse est, dans le cas des groupes de type fini (vu grâce à la longueur des mots comme des espaces métriques), la conjecture de Novikov sur l'invariance homotopique des hautes signatures. Elle a ainsi été montrée pour une classe très large de groupes : les groupes exacts (en particulier les sous-groupes discrets des groupes de Lie). Ce projet de thèse a les objectifs suivants :

- formuler une version quantitative de la conjecture de Baum-Connes coarse ;
- vérifier la conjecture pour les espaces métriques de dimension asymptotique finie ;
- étudier le cas de complexité géométrique finie.
- faire des calculs explicites sur le contrôle de la propagation.

Les prérequis sont les suivants :

- la théorie des C^*-algèbres ;
- la K-théorie pour ces algèbres ;
- des notions sur les opérateurs pseudo-différentiels.