Ecole doctorale IAEM Lorraine, numéro 77
Laboratoire de Mathématiques et Applications de Metz (LMAM), UMR 7122
Equipe Mathématiques Appliquées
Université Paul Verlaine - Metz

Directeur de thèse: Prof. Ralph CHILL
chill@univ-metz.fr

Titre de la thèse:

Approximation des systèmes gradient :
étude quantitative et application aux problèmes de diffusion sur des domaines variants.

Description du projet:

Beaucoup de modèles en physique, chimie ou biologie peuvent être étudiés mathématiquement sous forme d'équations d'évolution, et plus particulièrement sous forme de systèmes gradient. Un système gradient abstrait est une équation différentielle ou inclusion différentielle

$$\dot{u} + \partial_g E(u) \ni 0, \tag{1}$$

où E est une fonction convexe et s.c.i. (ou: elliptique et s.c.i.) sur un espace de Hilbert H, et $\partial_g E$ est le sous-gradient par rapport à une métrique g donnée. Ce système gradient peut modéliser des problèmes réels comme des modèles de diffusion, de séparation de phases ou d'évolution de surfaces, mais aussi des problèmes en imagerie mathématique ou en analyse numérique (système de plus grande descente).

Dans cette thèse, on considère une suite (E_n) d'énérgies. Il s'agit d'établir un lien entre la convergence de cette suite (dans un sens à préciser) et la convergence des semi-groupes engendrés (aussi dans un sens à préciser). Il sera important de non seulement établir un lien, mais aussi de faire une étude quantitative, c.à.d. d'estimer les vitesses de convergence. On considère comme applications principales des modèles de diffusion non-linéaire et de séparation de phases sur des domaines variables. Une bonne connaissance de l'origine de ces modèles sera avantageuse, bien que la majorité du travail est un travail théorique.

Références

1. L. Ambrosio, N. Gigli, and G. Savaré, *Gradient Flows*, Lectures in Mathematics ETH Zürich, Birkhäuser, Basel, 2005.
2. Wolfgang Arendt and Daniel Daners, *Uniform convergence for elliptic problems on varying domains*, Math. Nachr. **280** (2007), no. 1-2, 28–49.
3. Wolfgang Arendt and Daniel Daners, *Varying domains: stability of the Dirichlet and the Poisson problem*, Discrete Contin. Dyn. Syst. **21** (2008), no. 1, 21–39.
4. H. Attouch, *Variational convergence for functions and operators*, Applicable Mathematics Series, Pitman (Advanced Publishing Program), Boston, MA, 1984.
5. Markus Biegert and Daniel Daners, *Local and global uniform convergence for elliptic problems on varying domains*, J. Differential Equations **223** (2006), no. 1, 1–32.

6. H. Brézis, *Opérateurs maximaux monotones et semi-groupes de contractions dans les espaces de Hilbert*, North Holland Mathematics Studies, vol. 5, North-Holland, Amsterdam, London, 1973.
7. R. Chill, and E. Fašangová, *Gradient systems*, Matfyzpress, Charles University of Prague, 2010.
8. J.-L. Lions, *Quelques méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires*, Dunod, Gauthier-Villars, Paris, 1969.
9. F. Otto, *The geometry of dissipative evolution equations: the porous medium equation*, Comm. Partial Differential Equations **26** (2001), no. 1-2, 101–174.

Connaissances et compétences requises:

Bonne formation en théorie des équations aux dérivées partielles et en analyse fonctionnelle. Des connaissances en géométrie différentielle sont avantageux, ainsi que des connaissances en physique ou mécanique.

Le candidat doit être capable de mener des recherches indépendantes (un mémoire de Master 2 ou similaire peut servir comme preuve), mais aussi de travailler en groupe.